Fisa clasa a – XII – a seral

LEGI DE COMPOZITIE

Def. Fie M o mulţime nevidă. O fincţie $\varphi: M\times M\to M$, $(x,y)\to\varphi(x,y)$, se numeşte lege de compoziţie sau operaţie algebrică binară pe mulţimea M. Elementul $\varphi(x,y)\in M$ se numeşte compusul lui x cu y prin φ.
M se numeşte mulţimea suport a operaţiei φ.
Notaţie: $x\circ y$, $x*y$, $x\vee y$, $x\wedge y$, $x\nabla y$, $x\Delta y$, etc.

PROPRIETATI

Fie M o mulţime nevidă înzestrată cu o lege de compoziţie „*".

1.Asociativitate

Def. O lege de compoziţie „*" se numeşte asociativă dacă: $(x*y)*z=x*(y*z)$, $\forall x,y,z\in M$.

2. Comutativitate

Def. O lege de compoziţie $M\times M\to M$, $(x,y)\to x*y$ se numeşte comutativă dacă $x*y=y*x$, $\forall x,y\in M$.

3. Element neutru

Def. Un element $e\in M$ se numeşte element neutru pentru legea de compoziţie „*", dacă $\forall x\in M$ $e*x=x*e=x$.

Teoremă Dacă o lege de compoziţie admite element neutru, atunci acesta este unic

4. Elemente simetrizabile

Def. Fie M o mulţime nevidă înzestrată cu o lege de compoziţie „*" asociativă şi c element neutru e. Spunem că un element $x\in M$ este simetrizabil în raport cu legea de compoziţie „*", dacă există $x'\in M$ astfel incat $x'*x=x*x'=e$. Elementul x' se numeşte simetricul lui x.

Aplicatii : Verificaţi proprietăţile legiilor de compoziţie: 1. $x\circ y=x+y-5$, $\forall x,y\in$ 2. $x*y=xy+4x+4y+12$, $\forall x,y\in\mathbf{R}$.